

Синтез упругомассовых систем управления по желаемой переходной характеристике

Наталья Гудкова, Владимир Чуйков (Ростовская обл.)

Рассматривается метод синтеза упругомассовой системы управления по желаемой переходной характеристике. Показано, что параметры регулятора определяются из соотношений, полученных путём минимизации отклонения переходного процесса в синтезируемой системе от желаемого. Описана методика синтеза, выполнено компьютерное моделирование системы и представлены его результаты.

ПРОБЛЕМА УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Электромеханические системы являются составной частью различного технологического оборудования. Обычно они представляют собой совокупность силового преобразователя, электродвигателя, механической передачи и рабочего органа. Электродвигатель и рабочий орган связаны между собой с помощью механических передач различного типа, которые в подавляющем большинстве случаев обладают упругими свойствами.

Наличие упругих связей в электро-механической системе приводит к появлению колебательных процессов в динамических режимах работы, что, в свою очередь, снижает точность воспроизведения заданных перемещений рабочих органов и, как следствие, производительность системы или качество выпускаемой продукции.

Для синтеза регулятора, обеспечивающего требуемое качество управления, необходимо иметь достаточно точную математическую модель объекта управления (ОУ), которая учитывает упругие механические связи между элементами и наличие собственных резонансных колебаний в системе.

Как показали проведённые исследования, в настоящее время для широкого класса современных электромеханических устройств в качестве математической модели ОУ (электропривода) используется модель «двигатель – двухмассовый механизм». В такой системе можно с достаточной для практических приложений точностью учитывать смещение центра масс нагрузок, моменты инерции навесного оборудования, электрические параметры электродвигателя и др.

Обобщённая структурная схема объекта «двигатель – двухмассовый механизм» приведена на рисунке 1 [1]. В схеме использованы следующие обозначения величин и параметров: U_y , U – управляющее и выходное напряжение силового преобразователя; I_a – ток якорной цепи электродвигателя; Ω_1 и Ω_2 – угловые скорости валов электродвигателя и рабочего органа; M_c – момент нагрузки, $K_{СП}$ и $T_{СП}$ – коэффициент передачи и постоянная времени силового преобразователя, R_a и T_a – активное сопротивление и постоянная времени якорной цепи, C – конструктивная постоянная двигателя, J_1 и J_2 – моменты инерции ротора двигателя и рабочего органа соответственно, C_{12} и b – приведённый коэффициент жёст-

кости и коэффициент внутреннего вязкого трения кинематической передачи.

Данное структурное описание может быть преобразовано (без учёта пренебрежимо малой постоянной времени силового преобразователя) к передаточной функции ОУ, в которой выходом является измеряемая угловая скорость рабочего органа:

$$W_{OY}(p) = \frac{b_1 p + b_0}{p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0} \quad (1)$$

Анализ структурной схемы и передаточной функции ОУ показывает, что здесь имеет место взаимное влияние друг на друга механической и электрической частей устройства, т.е. упругие колебания в механической части системы приводят к возникновению колебательных режимов в самом электроприводе, что существенно усложняет управление объектом. В этой связи синтез систем управления упругомассовыми объектами представляет собой нетривиальную задачу.

В настоящее время для её решения используются различные способы синтеза регуляторов [2]. Наиболее развитым и законченным методом, по мнению многих авторов, является *модальное управление*.

Этот метод позволяет реализовать желаемые динамические свойства системы путём формирования стандартных характеристических полиномов, распределение корней которых связано с временем переходного процесса, перерегулированием и статической точностью. В результате удаётся синтезировать регуляторы, которые в общем случае сводятся к организации безынерционных и динамических звеньев в контурах обратной связи.

Однако этот способ является достаточно громоздким и требует в каждом конкретном случае, тем более для такой непростой модели, как система «двигатель – двухмассовый механизм», специального анализа и до-

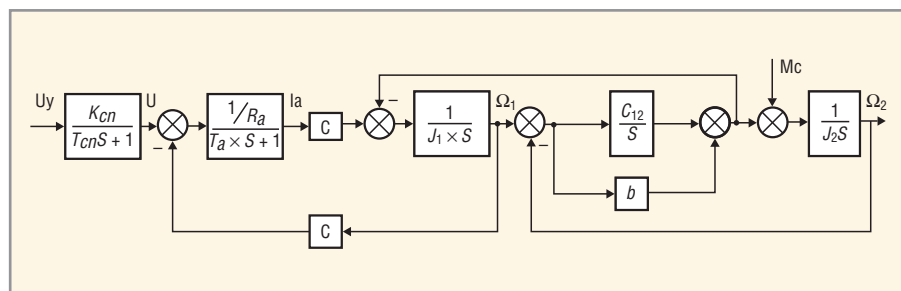


Рис. 1. Обобщённая структурная схема двухмассового объекта управления

полнительных математических выкладок.

В данной статье предпринята попытка использования для синтеза упругомассовых систем достаточно простого и физически прозрачного метода синтеза по желаемой переходной характеристике [3], который обеспечивает требуемые параметры переходных процессов и, на наш взгляд, может применяться в инженерной практике.

Метод синтеза САУ по желаемой переходной характеристике

Сущность метода заключается в синтезе системы автоматического управления (САУ) с заданными показателями качества, к которым относятся:

- допустимые величины ошибок в установившихся режимах (статической ошибки, ошибок по скорости, по ускорению и др.);
- требуемый запас устойчивости системы;
- допустимое время регулирования (время протекания переходных процессов);
- допустимая величина перерегулирования (максимально допустимое значение амплитуды колебаний переходной характеристики системы).

Реализация метода в общем случае заключается в выполнении следующей последовательности действий:

- выбирается тип регулятора, обеспечивающий требуемый порядок астатизма для заданной САУ;
- составляется структурная схема синтезируемой САУ и находится её передаточная функция:

$$W_3(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$$

- записывается изображение по Лапласу $X(p)$ переходной характеристики этой системы $x(t)$, в коэффициенты которого A_i и B_i входят искомые параметры регулятора:

$$X(p) = \frac{W(p)}{p} = \frac{B(p)}{A(p)} \frac{1}{p} = \frac{B_0 + B_1 p + \dots + B_n p^n}{A_0 + A_1 p + \dots + A_n p^n} \frac{1}{p}, \quad A_n \neq 0; \quad (2)$$

- задаются допустимые значения параметров перерегулирования σ и времени регулирования t_p и соответствующая им желаемая переходная характеристика $x^*(t)$ в виде её изображения по Лапласу:

$$X^*(p) = \frac{W^*(p)}{p} = \frac{\beta(p)}{\alpha(p)} \frac{1}{p} = \frac{\beta_0 + \beta_1 p + \dots + \beta_m p^m}{\alpha_0 + \alpha_1 p + \dots + \alpha_m p^m} \frac{1}{p}, \quad \alpha_m \neq 0, \quad (3)$$

где $W^*(p)$ – передаточная функция эталонной системы, выбор конкретных параметров α_i и β_i которой обеспечивает требуемые свойства желаемой переходной характеристики $x^*(t)$;

- рассчитываются параметры регулятора по соотношениям, полученным путём минимизации отклонения переходного процесса синтезируемой системы от желаемого.

Поясним процедуру получения расчётных соотношений.

Величина отклонения $\varepsilon(t)$ синтезируемого процесса $x(t)$ от желаемого $x^*(t)$ оценивается с помощью разности:

$$\varepsilon(t) = x(t) - x^*(t). \quad (4)$$

Выполнив преобразование Лапласа над уравнением (4), запишем:

$$\frac{\varepsilon(p)}{X^*(p)} = \frac{X(p) - X^*(p)}{X^*(p)}. \quad (5)$$

Подставив в формулу (5) выражения (2) и (3), получим:

$$\frac{\varepsilon(p)}{X^*(p)} = \frac{B(p)\alpha(p) - A(p)\beta(p)}{A(p)\beta(p)} = \frac{\tilde{D}(p)}{\tilde{F}(p)}, \quad (6)$$

где $\frac{\tilde{D}(p)}{\tilde{F}(p)}$ можно представить в виде отношения двух полиномов по возрастающим степеням комплексной величины p :

$$\frac{\tilde{D}(p)}{\tilde{F}(p)} = \frac{D_0 + D_1 p + \dots + D_n p^n}{F_0 + F_1 p + \dots + F_n p^n}. \quad (7)$$

Если функция (7) не имеет полюсов в начале координат, то для определённой области значений p её можно записать в виде сходящегося ряда по возрастающим степеням комплексной величины p :

$$\frac{\tilde{D}(p)}{\tilde{F}(p)} = \sum_{j=0}^{\infty} R_j p^j, \quad (8)$$

коэффициенты которого R_j легко определяются путём деления числителя на знаменатель дробно-рациональной функции (7), что приводит к рекуррентной формуле:

$$R_0 = \frac{D_0}{F_0}; R_i = \frac{D_i - \sum_{k=0}^{i-1} R_k F_{i-k}}{F_0} \quad (j = 1, 2, 3). \quad (9)$$

Из выражений (7) и (9) находим:

$$\varepsilon(p) = R_0 X^*(p) + R_1 p X^*(p) + R_2 p^2 X^*(p) + \dots \quad (10)$$

Переходя от изображений к оригиналам, из (10) получим формулу $\varepsilon(t)$ во временной области:

$$\varepsilon(t) = R_0 x^*(t) + R_1 \frac{dx^*(t)}{dt} + R_2 \frac{d^2 x^*(t)}{dt^2} + \dots \quad (11)$$

Ряд (10) сходится при малых значениях $\text{mod } p$, следовательно, при больших значениях t ряд (11) тоже сходится.

Понятно, что отклонение синтезируемого процесса от желаемого уменьшается при увеличении числа равных нулю первых коэффициентов ряда (11).

Далее, приравняв нулю первые r коэффициентов R_i , получим систему r уравнений, из которой можно определить r параметров регулятора. Число искомых параметров выбирается из условия обеспечения заданной точности воспроизведения желаемого процесса $x^*(t)$ в синтезируемой системе.

С учётом изложенного система уравнений для определения параметров регулятора принимает вид:

$$\begin{cases} \alpha_0 B_0 - \beta_0 A_0 = 0 \\ (\alpha_0 B_1 + \alpha_1 B_0) - (\beta_1 A_0 + \beta_0 A_1) = 0 \\ (\alpha_0 B_2 + \alpha_1 B_1 + \alpha_2 B_0) - (\beta_0 A_2 + \beta_1 A_1 + \beta_2 A_0) = 0 \\ \dots \\ (\alpha_0 B_{r-1} + \alpha_1 B_{r-2} + \dots + \alpha_{r-1} B_0) - (\beta_0 A_{r-1} + \beta_1 A_{r-2} + \dots + \beta_{r-1} A_0) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

редаточной функции колебательно-го звена:

$$W^*(p) = \frac{1}{1 + 2d_* T_* p + T_*^2 p^2}, \quad (14)$$

где T^* – постоянная времени, а d^* – коэффициент демпфирования. В этом случае $\alpha_0 = \beta_0 = 1$; $\beta_1 = 0$; $\alpha_1 = 2d^* T^*$; $\alpha_2 = T_*^2$.

Иногда может быть выбрана ещё более простая эталонная модель инерционного звена первого порядка:

После решения уравнений (12) при необходимости оценивается устойчивость САУ с синтезированным регулятором (например, с помощью критерия Гурвица) и выполняется моделирование на персональном компьютере (ПК) переходных процессов в системе при различных воздействиях с целью проверки её эффективности в смысле обеспечения требуемого качества управления.

Следует отметить, что описанная процедура синтеза легко программируется на ПК, что позволило авторам создать набор модулей САПР для различных практических приложений.

Опыт использования приведённых алгоритмов показал: вследствие того, что данный метод даёт приближенное решение, показатели качества управления синтезированной системы могут несколько отличаться от заданных, однако при правильном выборе регулятора всегда можно добиться требуемых показателей как в переходном, так и в установившихся режимах.

ВЫБОР ЖЕЛАЕМОЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Как показано [3], эталонной моделью в общем случае может служить математическая модель любой системы с желаемыми для синтезируемой САУ показателями качества.

Практический опыт использования данного метода показал, что вполне приемлемые для инженерного применения результаты могут быть получены при выборе эталонной модели в виде системы второго порядка с передаточной функцией:

$$W^*(p) = \frac{\beta_0 + \beta_1 p}{\alpha_0 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2} \quad (13)$$

Этот выбор обусловлен тем, что динамика многих САУ более высокого порядка достаточно близка к динамике системы второго порядка. В то же время для такой системы существует однозначная связь между её парамет-

рами $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_0$ и β_1 и показателями качества [4].

В частности, для системы с астатизмом первого порядка удобно представлять выражение (13) в форме пе-

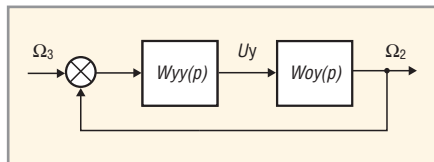


Рис. 2. Структурная схема синтезируемой системы автоматического управления

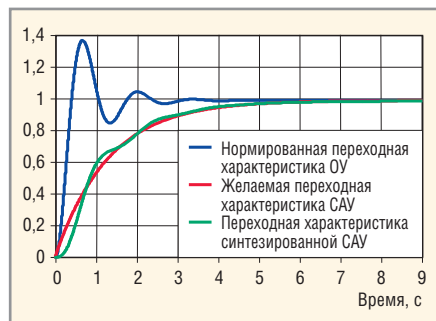


Рис. 3. Эпюры переходного процесса САУ для двухмассового ОУ с синтезированным И-регулятором с постоянной времени 29,303 с

Желаемая переходная характеристика – переходная функция инерционного звена с постоянной времени $T^* = 1,3$ с

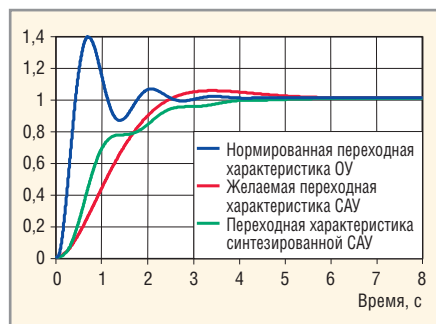


Рис. 4. Эпюры переходного процесса САУ для двухмассового ОУ с синтезированным И-регулятором с постоянной времени 23,837 с

Желаемая переходная характеристика – переходная функция колебательного звена с коэффициентом демпфирования $d^* = 0,707$ и постоянной времени $T^* = 0,75$ с

$$W^*(p) = \frac{\beta_0}{\alpha_0 + \alpha_1 p} \quad (15)$$

Тогда для системы с астатизмом первого порядка

$$W^*(p) = \frac{1}{1 + T^* p}, \quad (16)$$

где T^* – постоянная времени, $\alpha_0 = \beta_0 = 1$; $\alpha_1 = T^*$.

ВЫБОР ТИПА РЕГУЛЯТОРА

Показано [3], что рассматриваемый метод предназначен для синтеза как одноконтурных, так и многоконтурных систем с последовательными, параллельными и встречно-параллельными корректирующими звеньями (так называемыми линейными фильтрами).

К ним относятся, в частности, широко используемые в промышленной автоматике типовые законы управления САУ:

- пропорциональный закон (П-закон) с передаточной функцией регулятора $W_{\Pi}(p) = K_{\Pi}$, где K_{Π} – весовой коэффициент безынерционного звена;
 - интегральный закон (И-закон) с передаточной функцией регулятора $W_{\text{ИИ}}(p) = K_{\text{ИИ}}/p$, где $K_{\text{ИИ}} = 1/T_{\text{И}}$ – весовой коэффициент интегрирующего звена, а $T_{\text{И}}$ – его постоянная времени;
 - пропорционально-интегральный закон (ПИ-закон) с передаточной функцией регулятора $W_{\text{ПИ}}(p) = K_{\Pi} + K_{\text{ИИ}}/p$;
 - пропорционально-дифференциальный закон (ПД-закон) с передаточной функцией $W_{\text{ПД}}(p) = K_{\Pi} + K_{\text{ДИФ}}p$, где $K_{\text{ДИФ}}$ – весовой коэффициент дифференцирующего звена;
 - пропорционально-интегро-дифференциальный закон (ПИД-закон) с передаточной функцией регулятора $W_{\text{ПИД}}(p) = K_{\Pi} + K_{\text{ДИФ}}p + K_{\text{ИИ}}/p$.
- Как показала практика, перечисленного набора типовых регуляторов во многих случаях достаточно для их инженерного использования при создании сложных автоматических систем, в том числе, систем с упругими свойствами. Следует также подчеркнуть про соту реализации типовых законов средствами современной цифровой системотехники.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Эффективность предлагаемого метода демонстрируется на примере компьютерного моделирования процедуры синтеза САУ упругомассовым объектом, структурная схема которого показана на рисунке 1, где численные значения параметров равны [1]: $K_{\text{СП}} = 22$; $T_{\text{СП}} = 0,0033$ с; $R_a = 0,177$ Ом; $T_a = 0,02$ с; $C = 0,976$ Вб; $J_1 = 0,11$ кг м²; $J_2 = 0,56$ кг м²; $C_{12} = 14$ Н м/рад; $b = 0,22$ Н м с/рад.

В этом случае передаточная функция ОУ (1) принимает вид:

$$W_{\text{ОУ}}(p) = \frac{21663 p + 1378531}{p^4 + 52,4 p^3 + 2718,2 p^2 + 8574,7 p + 61157} \quad (17)$$

Структурная схема синтезируемой САУ показана на рисунке 2. На схеме

приняты следующие обозначения: $W_{\text{УУ}}(p)$ – передаточная функция устройства управления (регулятора); $W_{\text{ОУ}}(p)$ – передаточная функция объекта управления; Ω_3 – заданная угловая скорость системы (задающее воздействие); Ω_2 – угловая скорость рабочего органа (управляемая величина); U_y – напряжение на входе ОУ (управляющее воздействие).

При моделировании ставилась задача синтезировать САУ, обладающую астатизмом первого порядка, чтобы после окончания переходного процесса, т.е. в установившемся режиме, статическая ошибка равнялась нулю. Как известно, такая система должна иметь в контуре управления регулятор интегрирующего типа. Поэтому для данного объекта был выбран простейший из регуляторов этого класса – И-регулятор.

Моделирование выполнялось в среде Matlab с помощью специально разработанных для этой цели программных модулей, которые осуществляют процедуру синтеза выбранных законов управления, рассчитывают переходные процессы в нерегулируемом объекте, в эталонной модели и синтезированной САУ с графическим выводом полученных данных.

В первом эксперименте в качестве желаемой переходной функции для синтезируемой системы была использована переходная функция $x^*(t)$ инерционного звена (16) при $T^* \equiv t_p/3$, где t_p – допустимое время регулирования в синтезируемой системе.

Во втором эксперименте в качестве желаемой переходной функции была выбрана переходная функция колебательного звена (14), где постоянная времени $T^* \equiv t_p/3$, как и в первом случае, а величина коэффициента демпфирования $d^* = 0,707$. При этих значениях параметров величина перерегулирования σ^* не превышает 5% от установившегося значения $x^*(\infty)$, что соответствует максимальному быстродействию эталонной модели [4].

Результаты обоих экспериментов отражены на рисунках 3 и 4, где приняты следующие обозначения:

$$\bar{b}_{\text{ОУ}}(t) \equiv \frac{d_0}{b_0} b_{\text{ОУ}}(t) - \text{нормированная пе-}$$

редонная характеристика ОУ, где d_0 и b_0 – коэффициенты передаточной функции ОУ, а $b_{\text{ОУ}}(t)$ – переходная ха-

характеристика ОУ, описывающая изменение во времени скорости рабочего органа при подаче на его вход нормированного управляющего воздействия $U_y = 1(t); \Omega_3 = 1(t)$ – постоянное входное воздействие, соответствующее заданной нормированной угловой скорости системы; $x^*(t)$ – желаемая переходная характеристика САУ, соответствующая желаемой угловой скорости рабочего органа $\Omega_2^*(t)$, нормированной по Ω_3 , т.е. $x^*(t) = \Omega_2^*(t)/\Omega_3$; $x(t)$ – переходная характеристика, соответствующая угловой скорости рабочего органа $\Omega_2(t)$ в синтезированной системе, нормированной по Ω_3 , т.е. $x(t) = \Omega_2(t)/\Omega_3$.

Как видно из рисунков, нормированная переходная характеристика ОУ носит характер затухающих колебаний, максимальная амплитуда которых достигает $1,38\bar{h}_{oy}(\infty)$, а время регулирования ОУ t_p^{oy} , т.е. время, по истечении которого переходная характеристика $\bar{h}_{oy}(t)$ остаётся в пределах $0,95\bar{h}_{oy}(\infty)\bar{h}_{oy} < \bar{h}_{oy}(t) < 1,05\bar{h}_{oy}(\infty)$, составляет примерно 2,5 с.

В обоих экспериментах И-регулятор эти колебания подавляет, однако по-разному. В первом эксперименте (см. рис. 3), когда в качестве эталонной модели используется инерционное звено с постоянной времени $T^* = 1,3$ с, переходная характеристика синтезированной САУ $x(t)$ носит слабый колебательный характер. При этом время регулирования $t_p(t)$ совпадает с временем установления переходной характеристики эталонной модели и составляет примерно 3,9 с.

Во втором эксперименте (см. рис. 4), при использовании в качестве эталонной модели колебательного звена с постоянной времени $T^* = 0,75$ с, время регулирования в синтезированной САУ несколько уменьшается и составляет примерно 3,6 с, однако при этом переходный процесс в системе становится более колебательным.

Анализ проведённых экспериментов показал, что в общем случае выбранный регулятор можно использовать для подавления колебаний в упруго-массовых системах при не слишком высоких требованиях к их быстродействию.

Выводы

Полученные в работе результаты свидетельствуют о возможности эф-

фективного использования предложенного метода для синтеза систем управления упругомассовыми объектами. Следует подчеркнуть алгоритмическую простоту метода, позволяющую автоматизировать процедуру синтеза подобных САУ при различных типах регуляторов с помощью универсальных компьютерных программ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарарыкин С.В., Копылова Л.Г., Тютиков В.В. Особенности управления состоя-

нием электромеханических систем при ограниченной мощности исполнительных устройств. Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 6. С. 11–16.

2. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. Энергоатомиздат, 1992.
3. Смольников Л.П., Бычков Ю.А., Гудкова Н.В. Расчёт систем управления. Энергия, 1979.
4. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб: Профессия, 2004.

